



Solicitări suplimentare asupra vehiculelor de mare tonaj la circulația pe clotoidă

Dan Zarojanu^{a,*}, Petru Știucă^a

^aDepartamentul de Silvicultură, Facultatea de Silvicultură, Universitatea Ștefan cel Mare din Suceava, Strada Universității nr. 13, Suceava 720225, România, dan.zarojanu@usm.ro (D.Z.); p.stiuca200@gmail.com (P.S.).

REPERE

- Forța datorată variației în modul a vectorului rază de curbură - „forța centrifugă de contact cu clotoida”;
- „Forța momentană de rotație suplimentară”, datorată indirect accelerației unghiulare, dezavantajează mai ales vehiculele grele.

INFORMAȚII ARTICOL

Istoricul articolului:

Manuscris primit la: 01 octombrie 2021

Primit în forma revizuită: 24 august 2022

Acceptat: 07 septembrie 2022

Număr de pagini: 6 pagini.

Tipul articolului:

Notă tehnică

Editor: Stelian Alexandru Borz

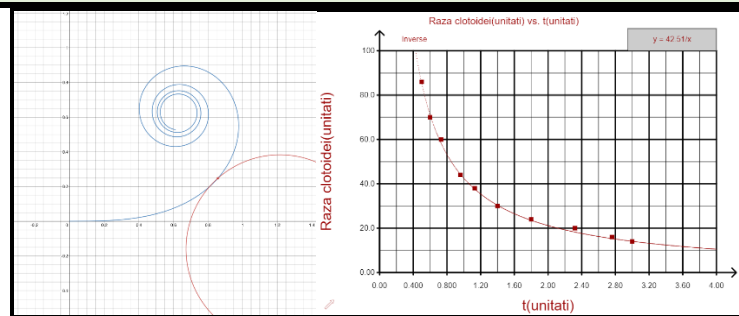
Cuvinte cheie:

Clotoidă

Accelerație unghiulară

Solicitare suplimentară

REZUMAT GRAFIC



REZUMAT

Lucrarea pune în discuție unele acțiuni asupra vehiculului la circulația acestuia pe clotoidă, cauzate de caracteristicile speciale ale acestei curbe. Până acum se lua în considerație, din punct de vedere al efectelor dinamice, doar forța centrifugă de inerție. Lucrarea de față demonstrează că deși accelerația unghiulară nu creează forță și deci nici efect dinamic totuși, indirect, apare o solicitare suplimentară la intrarea pe clotoidă. Pentru aceasta s-a făcut o analiză detaliată din punct de vedere cinematic și dinamic a solicitărilor ce apar asupra vehiculului pe clotoidă. Vehiculele grele, se arată în lucrare, sunt cele mai afectate, având tendința ca la intrarea pe clotoidă să se rotească și să se așeze perpendicular pe axul drumului. În transportul forestier, acest aspect este important dat fiind caracteristicile multor dintre vehiculele folosite și pericolul derapajului care este mai mare în cazul lor.

* Autor corespondent. Tel.: +40-745-506-787.

Adresa de e-mail: dan.zarojanu@usm.ro

1. INTRODUCERE

Lucrarea este importantă pentru personalul tehnic cu preocupări în proiectarea și execuția drumurilor dat fiind că prezintă o analiză mai detaliată a solicitărilor la care este supus vehiculul pe curba progresivă, ceea ce creează condițiile unei mai juste proiectări a acesteia [1,2]. Se cunoaște că la circulația vehiculului la trecerea din aliniament într-o curbă circulară, este necesară o curbă cu rază variabilă pentru a diminua efectul apariției bruște a forței centrifuge de inerție. Se folosește clotoida (spirală lui Cornu) care, într-o măsură acceptabilă, diminuează smucirea. Îndeobște amenajările platformei drumului în curbe țin seama doar de forța centrifugă [3,4]. Potrivit celei de a II-a legi a dinamicii, pentru mișcarea de rotație, accelerația unghiulară înmulțită cu raza va da o forță și, deci, un efect dinamic [3]. Pornind de la aceste considerente lucrarea prezintă și alte solicitări la circulația vehiculului pe clotoidă, altele decât cele îndeobște cunoscute, acesta fiind principalul scop al lucrării. Obiectivele lucrării de față au fost următoarele:

- i.) Îmbunătățirea cunoașterii tipurilor de solicitări la care este supus vehiculul la parcurgerea clotoidei. Clotoida este o radioidă descrisă de Cornu și de Euler și, la apariția automobilului arăta că răspunde satisfăcător exigențelor sporite ale acestui tip de vehicul. Această radioidă se folosește și astăzi, după 300 de ani;
- ii.) Deslușirea importanței accelerației unghiulare care creează indirect efect dinamic, precum și cuantificarea acestuia;
- iii.) Deslușirea și cuantificarea elementelor cinematice și dinamice datorate formei atipice a clotoidei care, pe lângă faptul că are rază variabilă ca orice radioidă, are și centrul de curbură variabil ca poziție;
- iv.) Determinarea efectelor asupra circulației vehiculelor, în mod special pentru vehiculele forestiere care, deși nu circulă cu viteză mare, au masa și volumul mare.

2. MATERIALE ȘI METODE

S-a procedat la trecerea în revistă a proprietăților cinematice ale clotoidei ca, mai apoi, să se facă toate considerațiile dinamice ce decurg din forma specială a clotoidei. Acestea din urmă, dat fiind scopul lucrării, se poate constitui în rezultate ale cercetării.

Clotoida are câteva proprietăți cinematice fundamentale [3-9]. Raza de curbură a clotoidei $\rho(t)$, este variabilă în timp, în așa fel încât produsul dintre aceasta și lungimea arcului de clotoidă parcurs de vehicul din momentul plecării până la momentul de timp t este constant [10-12]:

$$\rho(t)L(t) = \text{constant} = A^2 \quad (1)$$

unde A este o constantă numită parametrul sau modulul clotoidei $[A]_{SI} = m$. Parametrul clotoidei A dă forma și proprietățile acesteia. Viteza mobilului v pe clotoidă se consideră constantă în modul, astfel ținând cont că $L(t) = vt$, **Relația 1** se scrie:

$$\rho(t)vt = A^2 \rightarrow \rho(t) = \frac{A^2}{v} \frac{1}{t} \quad (2)$$

Se vede din **Relația 2** că raza clotoidei variază invers proporțional cu timpul. Atunci când dorim să construim clotoida pentru diferite viteze, va trebui să calculăm parametrul acesteia (A), folosind **Relația 2** sau:

$$A = \sqrt{\frac{v^3}{47j}} \quad (3)$$

unde:

j este creșterea accelerației normale în raport cu timpul și are valori între 0,2 și 0,7 m/sec³; este vorba de determinarea lungimii minime a clotoidei [1,2]. Raza curbei scade de la infinit (∞) atunci când mobilul este în aliniament ($t=0$) spre o valoare minimă, cea a arcului de cerc pe care îl flanchează (**Figura 2**).

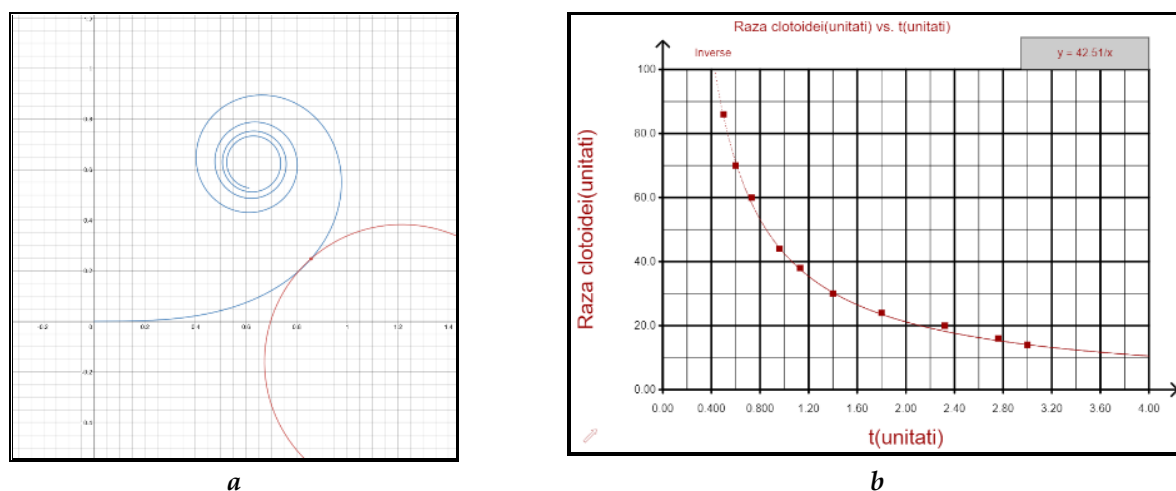


Figura 1. Caracteristici ale clotoidei: a - forma clotoidei; b - variația razei clotoidei.

Centrul clotoidei își modifică permanent poziția [3, 5] (**Figura 1**). Raza de curbură $\rho(t)$ variază în timp, conform **Relației 4**.

$$\rho(t) = \frac{A^2}{v} \frac{1}{t} \quad (4)$$

Se observă că raza de curbură scade invers proporțional cu timpul (**Figura 2**). Datorită variației vectorului viteză în direcție (vectorul viteză este întotdeauna tangent la traiectorie), mobilul este supus unei accelerații centrifuge, orientată spre exteriorul curbei (**Relația 5**).

$$a_{cf.} = \frac{v^2}{\rho(t)} = \frac{v^3}{A^2} t \quad (5)$$

Se vede că accelerația normală (centrifugă) crește direct proporțional cu timpul. Are valoarea 0 la intrarea mobilului în curbă și valoare maximă în punctul în care iese din curbă. Deoarece accelerația normală crește în raport cu timpul – $j(m/sec^3) = \frac{a_{cf.}}{t}$, această creștere se constituie într-un criteriu de fixare a lungimii minime a clotoidei, j neputând să depășească o anumită valoare, din motive de siguranță și confort, valoare stabilită empiric pe diverse categorii de drumuri: $j = 0,2 \dots 0,7$ m/sec³. Accelerația datorită variației vectorului rază de curbură în modul în funcție de timp rezultă din **Relația 6**.

$$a_{\rho} = \frac{d^2\rho(t)}{dt^2} = \frac{A^2}{v} \frac{2}{t^3} \quad (6)$$

Această accelerație este foarte mare în momentul intrării mobilului pe clotoidă și descrește rapid cu timpul, fiind invers proporțională cu puterea a treia a timpului scurs din momentul intrării mobilului pe curbă [7,8].

La momentul $t=0$, la intrarea pe clotoidă, mobilul are viteza unghiulară conform **Relației 7**. Deoarece viteza unghiulară depinde de timp, înseamnă ca avem o accelerație unghiulară conform **Relației 8**.

$$\omega(t) = \frac{v}{\rho(t)} = \frac{v^2}{A^2} t \quad (7)$$

$$a_{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{v^2}{A^2} \text{ [sec}^{-2}\text{]} \quad (8)$$

Se observă că accelerația unghiulară este constantă pentru fiecare tip de clotoidă și depinde doar de modulul vitezei mobilului.

3. REZULTATE

Solicitățile, inclusiv suplimentare, la circulația vehiculului pe clotoidă sunt forța centrifugă de inerție (**Relația 9**), forța datorată variației în modul a vectorului rază de curbură $\overline{\rho(t)}$, adică a_{ρ} (**Relația 10**), și forța datorată accelerației unghiulare. Forța centrifugă de inerție este determinată de apariția accelerației centrifuge de inerție. Ea crește direct proporțional cu timpul și este orientată spre exteriorul curbei. Are valoarea 0 la intrarea în curbă și maximă la ieșire. Depinde și de masa m a mobilului [9, 11].

$$F_{cf.} = ma_{cf.} = m \frac{v^3}{A^2} t \quad (9)$$

$$F_{\rho} = ma_{\rho} = m \frac{2A^2}{v} \frac{1}{t^3} \quad (10)$$

Forța datorată variației în modul a vectorului rază de curbură este orientată tot spre exteriorul curbei, are valoare maximă în momentul în care mobilul intră în curbă și descrește rapid spre ieșirea din curbă. La momentul intrării mobilului în curbă ($t=0$), această forță este foarte mare, așa încât în acest punct, mobilul are cea mai mare tendință de a părăsi în exterior traiectoria. Este forța centrifugă de contact cu clotoida. Ea scade rapid la zero, după care, cea care contează este forța centrifugă de inerție care crește liniar în raport cu timpul și devine maximă atunci când mobilul părăsește curba.

Potrivit Legii a II-a a dinamicii, pentru mișcarea de rotație accelerația unghiulară înmulțită cu raza va da o forță și, deci, un efect dinamic. Dar:

$$a_t = a_{\omega} \cdot Q \quad (11)$$

unde:

a_t - accelerația tangențială;

Zarojanu & Ştiucă: Solicitări suplimentare asupra vehiculelor de mare tonaj...

$$a_{\omega} = \frac{\omega}{t} \text{ și } v = \omega \cdot \rho$$

$$\text{Deci } a_{\omega} = \frac{v}{\rho \cdot t}, \text{ iar } a_t = \frac{v}{\rho \cdot t} \times \rho = \frac{v}{t}.$$

Neexistând ρ în relația lui a_t înseamnă că nici pe clotoidă accelerația tangențială nu depinde de rază, având aceeași formă ca pe o curbă circulară. Și cum v este constantă, înseamnă că accelerația tangențială este nulă și pe clotoidă și, deoarece ea era singura care putea naște forță înseamnă că din această perspectivă accelerația unghiulară nu are importanță dinamică (nici indirect, prin accelerația tangențială, nu dă efecte dinamice) [10,12]. Accelerația unghiulară apare însă datorită faptului că, din momentul în care mobilul intră pe clotoidă, este supus unei mișcări de rotație cu o viteză unghiulară care variază cu timpul după relația: $\omega(t) = \frac{v^2}{A^2} t$ și deci accelerația unghiulară $a_{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{v^2}{A^2} = \text{constant}$. Mișcarea pe o traiectorie clotoidală este atipică; este o mișcare cu viteză constantă în modul, dar vectorul rază de curbură variază în modul modificându-și permanent punctul de aplicație (adică traiectoria își modifică în timp centrul de curbură). Dacă mișcarea ar fi circulară și uniformă (cu viteză constantă în modul), cu centrul de curbură nemodificat, atunci nu ar exista acest tip de accelerație unghiulară. Aceasta există numai în cazul mișcării pe clotoidă sau orice alt tip de mișcare în care centrul de curbură se modifică. Ca urmare al apariției acestei accelerații unghiulare apare un moment de rotație al forței, dat de **Relația 12**.

$$\overrightarrow{M}_{(C)} = I \overrightarrow{a_{\omega}} \quad (12)$$

unde I (**Relația 13**) reprezintă momentul de inerție de rotație al mobilului pe curbă:

$$I = m \rho(t)^2 \quad (13)$$

m fiind masa mobilului.

Momentul de rotație al forței $\overrightarrow{M}_{(C)}$ este orientat după direcția vectorului accelerației unghiulare $\overrightarrow{a_{\omega}}$ și are expresia finală conform **Relației 14**.

$$M_{(C)} = m \times A^2 \times 1/t^2 \quad (14)$$

Acest moment al forței, arată că, la acest tip de mișcare, apare o forță care determină rotația suplimentară a mobilului în jurul centrului momentan de rotație, conform **Relației 15**. Din **Relația 15** rezultă că forța momentană de rotație suplimentară este orientată tangentă la traiectorie (are direcția vitezei mobilului) și are o valoare foarte mare în momentul intrării în curbă, conform **Relației 16**.

$$\overrightarrow{M}_{(C)} = \overrightarrow{\rho(t)} \times \overrightarrow{F}_{rot.} \quad (15)$$

$$F_{rot.} = m v \frac{1}{t} \quad (16)$$

Această forță nu depinde de forma clotoidei ci numai de masa mobilului și viteza lui. Ea este foarte mare la momentul $t=0$ (intrarea în curbă). Așa se explică de ce mașinile cu masă mare (tiruri), în momentul în care intră într-o curbă, au tendința de a se răsuci și de a ocupa o poziție transversală șoselei.

4.CONCLUZII

În afară de bine-cunoscuta forță centrifugă de inerție, pentru care se fac amenajări speciale ale drumului în curbă, mai apar forța datorată variației în modul a vectorului rază de curbură - forța centrifugă de contact cu clotoida și forța momentană de rotație suplimentară, datorată indirect accelerației unghiulare. Ea este direct proporțională cu masa vehiculului și, deci, dezavantajează mai ales vehiculele grele.

REFERINȚE

1. Bereziuc R., 1981. Drumuri forestiere, Ed. Didactică și Pedagogică, București.
2. Zarojanu D., 2006. Drumuri forestiere, Ed. Univ. Suceava, ISBN 978-973666-258-4.
3. Scheffel M., Știucă P., 2002. Curs de Fizică Generală, Ed. Univ. Suceava, ISBN 973-8293-10-3.
4. Dorobanțu S. ș.a., 1980. Drumuri. Calcul și proiectare, Ed. Tehnică, București.
5. Tippens P., 1984. Applied Physics, Third Edition, ISBN 0-07-064977-4.
6. Jeuffroy G., 1978. Conception et construction des chaussees, Tome 1, Eyrolles, Paris.
7. Zarojanu H., 1999. Drumuri –Trasee, Casa de Editură VENUS, Iași.
8. Bereziuc, R., Oprea, V., 1974: Proiectarea și construcția drumurilor forestiere, Ed. Ceres, București.
9. Ionescu Gh., 1984. Teoria diferențială a curbilor și suprafețelor cu aplicații tehnice, Ed. Dacia, Cuj-Napoca.
10. Zarojanu D., 2015. Considerations regarding the angular acceleration influence on the vehicles movement in curves. Proceedings of the 3rd International Conference Integrated Management of Environmental Resources, 2015, Suceava, November 6-7 th, 2015
11. Zarojanu D., 2013. Considerations on the improvement of superelevation ramps on road curves, Buletin AGIR, nr.2/2013.
12. Zarojanu, D., 2016. About the angular accelerations effects on vehicles movement in curves. Analele Universității din Oradea, Fascicula: Protecția Mediului, 27, 589-591.